6.0

Midtoets Calculus 1 Di. 23-9-8 14.00-16.00

[redacted]

	1	2	3	4	T
4	4	1	1	2	12

① Gegeven een positief geheel getal n. Bewijs dat

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k \cdot k = n$$

anders gezegd de som $-1+2-3+4-5+ \dots +2n = n$

met een afwisselend min-teken/plusteken

voor een oneven k komt ~~er~~ een negatief getal uit

en voor een even k komt er een positief getal uit.

Dit is zo want $(-1)^k$ zal positief zijn bij een even k

want als k = even dan is k een meervoud van 2.

als k even is dan $k = 2 \cdot a$ $(-1)^{2a} = (-1)^{a+a} = (-1)^a \cdot (-1)^a =$

~~dat~~ altijd 1 voor de $\mathbb{R}$

als k oneven is dan $k = 2a+1$ $(-1)^{2a+1} = (-1)^{a+a} \cdot (-1)^1 = 1 \cdot -1 = -1$

voor de $\mathbb{R}$.

Dus alle even getallen zijn positief en alle oneven getallen zijn negatief.

Nu wil ik de reeks in de vorm schrijven dat we alle negatiefe getallen bij de positiefe getallen opschrijven.

x Het eerste negatiefe getal = -1 de laatste ~~is~~ $= -(2n-1)$ ⇒ want de laatse waarde van de reeks is 2n en deze is ~~pos~~ even.

alle negatieve getallen zijn $-\frac{2n(1+2n-1)}{4}$ want er zijn 2n getallen de som van de eerste en laatste negatiefe getal $-(1+2n-1)$. Maar ~~je doet~~ omdat je de som ~~van~~ neemt van de eerste en laatste is het in paren en maar de helft van de getallen is negatief. dus deel je door $2 \cdot 2 = 4$

x Het eerste positieven getal is 2 het laatste positieve getal is 2n.

alle positieve getallen zijn $\frac{2n(2+2n)}{4}$. Volgens de zelfde beredenering als bij de negatieve getallen.

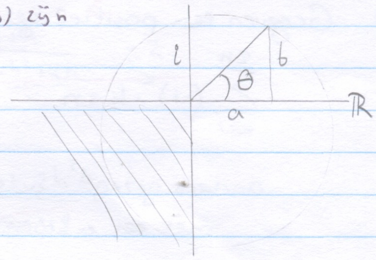
$$\frac{-2n(1+2n-1)}{4} + \frac{2n(2+2n)}{4} = \frac{-4n^2 + 4n^2 + 4n}{4} = n$$

~~B~~ Hierboven staat de som van de negatieve getallen ~~a~~ en positieve getallen en dat is gelijk aan n.

8

Uitstekend!

② Gegeven is het complexe getal $z = i + \sqrt{3}$. Bepaal alle gehele getallen n met de eigenschap, dat zowel het reële deel als het imaginaire deel van z^n negatief (dus, < 0) zijn



Die delen zijn negatief in het gemarkeerde deel. In dat deel is $\theta < 270°$

/

$\theta = \tan \frac{b}{a}$

$\Rightarrow \frac{b}{a} = \tan^{-1}(\theta)$

$\Rightarrow \tan^{-1}(2\pi) < \frac{b}{a} < \tan^{-1}(2{,}5\pi)$?

uitwerking ?

③ Bewijs met behulp van de ~~δ~~ $\epsilon - \delta$ definitie, dat $f(x) = \frac{x}{x+2}$ continu is in $x = -1$

$$\lim_{x \to -1} f(x) = -1$$

1

$$\left| \frac{x}{x+2} + 1 \right| < \varepsilon \quad \text{als} \quad |x-1| < \delta$$

$$\Rightarrow \left| \frac{-2}{x+2} \right| < \varepsilon \quad \text{als} \quad |x-1| < \delta$$

$$\Rightarrow |x-1| \, \cancel{\left| \frac{\ldots}{\ldots} \right|} \quad \text{als} \quad |x-1| < \delta$$

$\left| \frac{-2}{x^2+3x+2} \right| < \varepsilon$ dit gaat niet goed

nu kiezen we een c dat $\left| \frac{-2}{x^2+3x+2} \right| < c$ dan is $|x-1| \left| \frac{-2}{x^2+3x+2} \right| < |x-1| c$

die is er niet $|x_0 - 1| < 1$ want we gaan er vanuit dat δ vlak bij x ligt.

$$0 < |x| < 2$$

~~[illegible]~~

$-1 < |x| < -1/6$ we nemen de grootste waarde voor ϵ

$$\delta = \epsilon / c = -\epsilon$$

4.) $\lim_{h \to 0} g'(\tfrac{2}{x}) = L$

wat is de definitie van afg.?

$g'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{g(2+h) - g(2)}{h} = \ldots$

$\Rightarrow \lim_{h \to 0} \frac{\frac{2+h}{(2+h)^2 - 3} - \frac{2}{4-3}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{2+h}{1+h^2+4h} - 2}{h}$

2

$= \lim_{h \to 0} \frac{2+h-2(h^2+4h+1)}{(1+h^2+4h) \cdot h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{4+9h+2h^2}{\frac{1}{h}+h+4}$